

4 СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ПРОЕКТИРОВАНИИ ПЛАНА ТРАССЫ

4.1 Принцип тангенциального трассирования и метод тангенсов

4.2 Принцип сплайна или упругой линейки

4.3 Интерполирование линии трассы кубическими сплайнами

4.4 Метод трассирования сглаживающими сплайнами

4.1 Принцип тангенциального трассирования и метод тангенсов

Принцип *тангенциального трассирования* заключается в том, что на план или карту наносят с помощью линейки ломаную линию (ломаный ход). Затем в его изломы вписывают круговые кривые или круговые кривые, сопряженные с прямыми вставками переходными кривыми, обычно клотоидными [1].

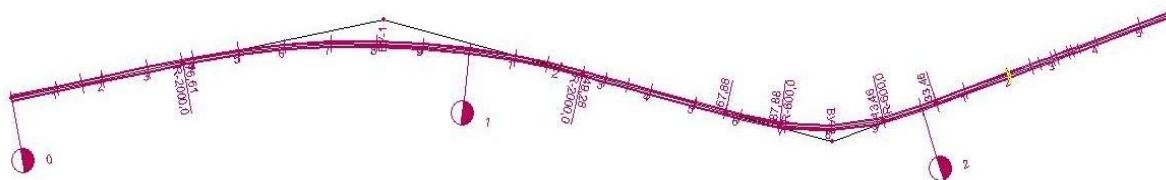


Рисунок 4.1 – План трассы, построенной по тангенциальному принципу

Данный принцип прост для понимания и не требует сложных вычислений. Достоинства принципа:

- естественно вписывается в технологию полевых изысканий, когда для съемочного обоснования закладываются теодолитные ходы, являющиеся одновременно тангенсами будущей трассы;

- прост в расчетах, если допустили ошибки при вписывании одной кривой, то эта ошибка не окажет влияния на положение последующих кривых;

- наилучшим образом отвечает работе дорожных машин и механизмов при строительстве.

Недостатки принципа тангенциального трассирования. Если бы слова М.М. Жванецкого «...там где производится, видимо там и потребляется» относились к дорогам, то этот принцип трассирования был бы самодостаточным. Но автомобильная дорога должна «нравиться» не столько проектировщикам и строителям, сколько водителям, которые при проезде по этой дороге всеми органами чувств ощущают и оценивают её потребительские свойства. И в этом понимании дорога с длинными прямыми вставками, круговыми кривыми малого радиуса и переходными кривыми минимальной длины плохо отвечает условиям безопасного и комфортного движения [2].

Второй недостаток заключается в том, что ломаный ход диктует положение трассы в плане. Это влечет за собой повышенные объемы земляных работ.

Таким образом, в настоящее время принцип тангенциального трассирования имеет смысл применять только в том случае, когда направления, определяющие углы поворота, фиксированы ситуационными условиями.

Принцип тангенциального трассирования положен в основу *метода тангенсов*. Суть компьютерной реализации метода заключается в том, что сначала строятся вершины тангенциального хода в декартовых или полярных координатах (рис. 4.2).

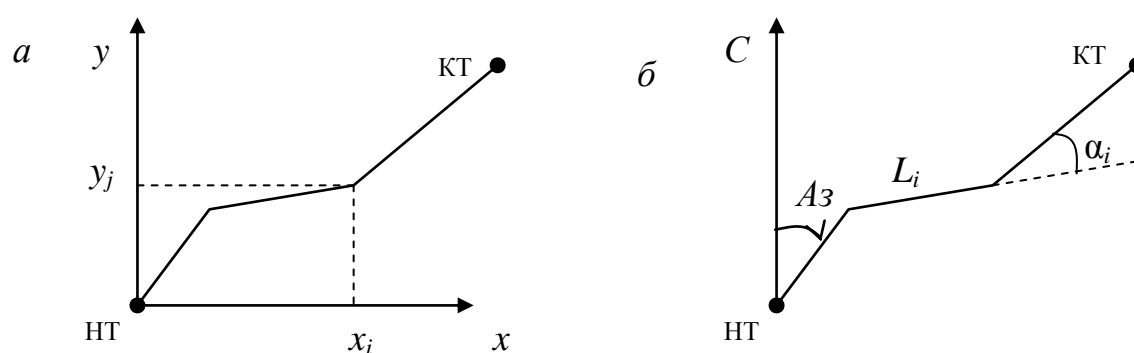


Рисунок 4.2 – Построение трассы в декартовой (а) и полярной (б) системах координат

В современных программах это делается графически, т.е. с помощью курсора мыши рисуется произвольный тангенциальный ход в рабочем окне, а потом уточняются координаты его вершин путём ввода их точных значений в специальное окно или таблицу (окно «Инспектор объектов» в программе IndorCAD) [3]. На следующем этапе проектировщиком задаются значения радиусов вписываемых круговых кривых и длины переходных кривых. Расчет параметров закруглений и разбивка на пикеты производится автоматически. Результатом проектирования являются ось трассы, проложенная на цифровой модели местности, и две ведомости: ведомость углов поворота, прямых и кривых и ведомость элементов трассы.

4.2 Принцип сплайна или упругой линейки

Слово *spline* в переводе с английского означает – «рейка, линейка». Суть принципа сплайна заключается в том, что сначала на плане местности «от руки» или с помощью упругой линейки вписывают эскизную линию трассы, а потом аппроксимируют математической функцией [1]. Эта функция представляет собой непрерывную линию, состоящую из разных элементов:

- отрезков;
- круговых кривых;
- клотоид;
- кубических парабол.

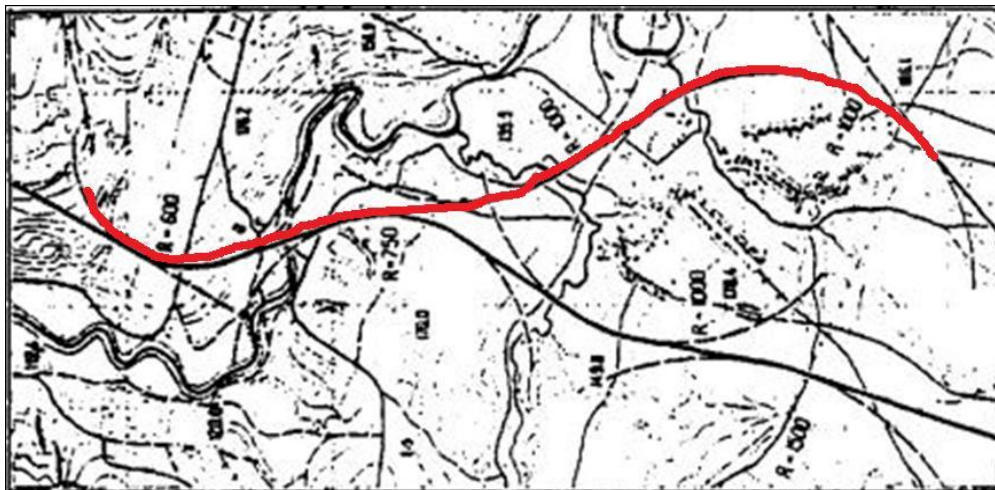


Рисунок 4.3 – Эскизная линия, построенная по принципу сплайна

В узлах сопряжения элементов касательные совпадают.

Достоинства принципа сплайнов:

- обеспечивает лучшее согласование дороги с ландшафтом, т.к. параметры закруглений определяются самой трассой, а не наоборот;
- минимизируется объем земляных работ.

При ручном трассировании принцип сплайна не нашел широкого применения из-за трудностей, возникающих при исправлении ошибок. Данное обстоятельство является основным недостатком принципа сплайнов.

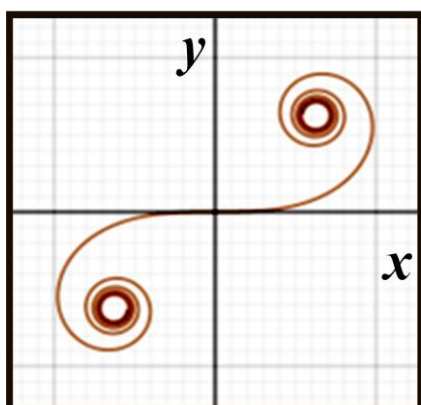


Рисунок 4.4 – График клотоиды

Принцип сплайна является основой определения положения *клотоидной трассы*. В такой трассе переходная кривая *клотоида* из вспомогательного элемента превращается в основной элемент, наряду с прямыми и круговыми элементами. У клотоиды закон изменения кривизны наилучшим образом отвечает движению автомобиля с постоянной скоростью.

Уравнение клотоиды

$$R \cdot L = const, \quad (4.1)$$

где R – радиус кривой на расстоянии L от её начала (начала координат).

3. Интерполирование линии трассы кубическими сплайнами

Применение компьютеров породило совершенно новые методы построения плана трассы. В качестве математической линии трассы используются *кубические сплайн-функции* [1].

Сплайнами называются функции, которые склеены из различных кусочков многочленов. В качестве таких многочленов взяты полиномы 3-й степени.

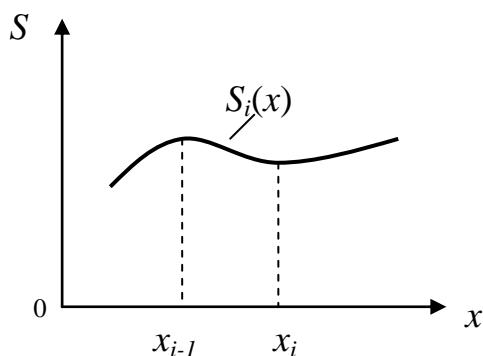


Рисунок 4.5 – Сплайн-функция

$$S_i(x) = a_i(x-x_i)^3 + b_i(x-x_i)^2 + c_i(x-x_i) + d_i \quad (4.2)$$

при $x_{i-1} \leq x \leq x_i, i=1, 2, \dots, n$.

В точках сопряжения эти полиномы имеют общую касательную. Параметры a_i, b_i, c_i, d_i называются *коэффициентами сплайна*, x_i, y_i – *узлами сплайна*.

Сплайн моделирует старое инженерное приспособление – *механический сплайн* – упругую линейку. Если в точках сопряжения вбить гвоздики и между ними поместить тонкую металлическую линейку, то она изогнется по линии S . При этом её потенциальная энергия будет минимальной.

Полученная аналитическая интерпретация эскизной линии трассы еще не дает возможности контроля за законами изменения кривизны линии. Для этого ее нужно перевести в обычную

клотоидную трассу, т.е. представить её сочетанием элементов: отрезков, клотоид и круговых кривых.

Определим сначала длину трассы с помощью известных формул математического анализа

$$l(x) = \int_{x_0}^{x_n} \sqrt{1 + (S'(t))^2} dt = \sum_{i=1}^n \int_{x_{i-1}}^{x_i} \sqrt{1 + (S_i'(t))^2} dt. \quad (4.3)$$

Кривизна K , обратно пропорциональная величине радиуса, может быть вычислена по зависимости

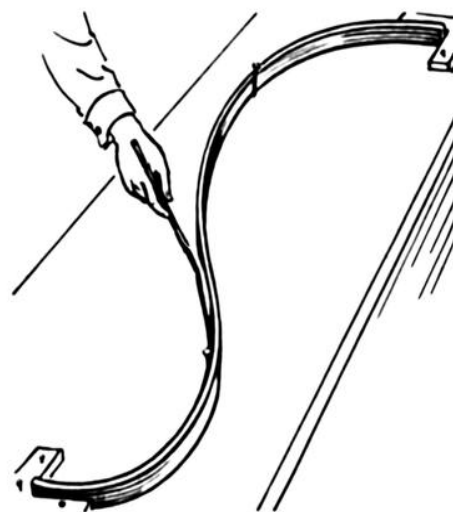


Рисунок 4.6 – Механический сплайн

$$K_i = \frac{S_i''(x)}{(1 + (S_i')^2)^{3/2}} = \frac{2(3a_i \cdot x + b_i)}{(1 + (3a_i \cdot x^2 + 2b_i \cdot x + c_i)^2)^{3/2}}. \quad (4.4)$$

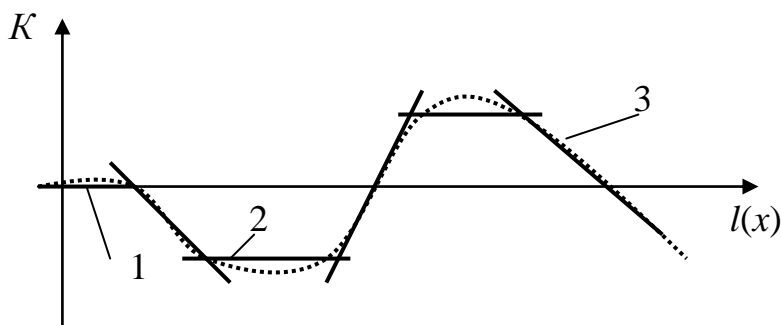


Рисунок 4.7 – График кривизны

Далее строится график кривизны. Затем он аппроксимируется ломаной линией.

На первом участке ломаной (1) $K=0$, т.е. $1/K=\infty$. Это соответствует прямолинейному участку трассы.

На втором участке (2) $K=\text{const} \neq 0$. Это означает,

что $R=\text{const}$. Данный участок является круговой кривой.

На третьем участке (3) кривизна пропорциональна длине трассы, т.е. радиус обратно пропорционален длине трассы. Такая зависимость имеет место в уравнении (4.1) для клотоиды. Таким образом, наклонные участки в ломаной линии моделируются клотоидой.

Существенным недостатком интерполирования эскизной линии кубическими сплайнами является то, что их очертания сильно зависят от положения узлов интерполяции эскизной линии. Сама же процедура назначения местоположения узлов плохо формализуется, что сильно снижает возможность применения интерполяционных сплайнов для трассирования дорог. Более эффективным и универсальным аппаратом трассирования являются сглаживающие сплайны.

4.4 Метод трассирования сглаживающими сплайнами

1. Задаётся дискретный аналог эскизной линии трассы с шагом 30-50 м. Чем большим числом точек представлена трасса, тем более адекватным может быть её сплайновый аналог [4].

2. Строится начальное приближение сплайна $S^0(x)$, для которого дискретные точки эскизной линии являются узлами интерполирования. Линия сплайна выдается на экран.

3. В режиме графического диалога задаются ограничения слева и справа в целом для всей трассы и индивидуально для некоторых узлов сплайна (рис. 4.8).

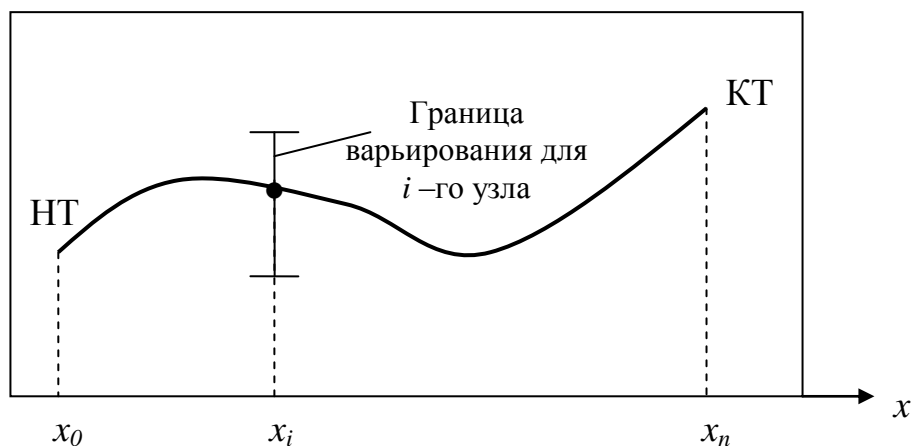


Рисунок 4.8 – Границы варьирования на экране

4. Осуществляется сглаживание начального сплайна. Сначала вычисляется функционал

$$I(S) = \int_{x_0}^{x_n} (S'(t))^2 dt + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\alpha_i} (S(x_i) - S_i^0)^2 \quad (4.5)$$

и ищется его минимум

$$I(S) \rightarrow \min.$$

В этом выражении *первое слагаемое задает условие минимальной извилистости* и кривизны трассы на рассматриваемом участке трассы. *Второе слагаемое минимизирует отклонение варианта трассы от эскизной линии.* Здесь α_i – весовые коэффициенты, позволяющие вести учет ценности вновь отчуждаемых земель, наличие искусственных сооружений и т.д.

Минимум функционала определяется из условия равенства нулю его производной

$$\frac{dI(S)}{dS} = 0. \quad (4.6)$$

В ходе решения уравнения (4.6) определяются коэффициенты сглаженного сплайна $S(x)$.

5. Для него проверяются условия кривизны, т.е. определяется соответствие минимальных значений радиусов нормам проектирования ($R_{min} \geq R_{don}$). Если условие не выполняется, то происходит перемещение узлов сплайна в пределах заданной полосы варьирования.

Метод сглаживающих сплайнов особенно эффективен при выполнении проекта реконструкции дороги. В этом случае необходимо обеспечить параметры трассы в соответствии с заданной категорией (1-е слагаемое) при

максимально возможном сохранении оси существующей дороги (2-е слагаемое).

Данный метод был разработан в инженерном дорожном центре «Индор» г. Томск и был реализован в сертифицированной программе САПР ReCAD [4]. Первый проект с применением данной программы был выполнен в 1994 г. при реконструкции участка автомобильной дороги «Кудринка – Моряковский Затон» в Томской обл. (км 7-18). Дорога расположена в лесной зоне Томского водозабора. Извилистая трасса на 70 % своей протяженности не отвечала требованиям IV категории. Попытки трассирования по традиционной технологии приводили к значительному отчуждению дополнительной лесополосы, что не находило поддержки и понимания у землепользователей. Применение новой технологии трассирования позволило найти приемлемое решение.



Рисунок 4.9 – Трасса «Кудринка – Моряковский Затон в Томской области; слева - фрагмент нового участка трассы с большим отклонением; справа – общий вид на трассу

Основные результаты трассирования следующие:

- извилистость трассы уменьшилась с 3,2 рад/км до 0,84 рад/км;
- дополнительный постоянный отвод земель составил всего 4,5 га;
- отклонение проектной линии от оси существующей дороги составило в среднем всего 6,7 м и, лишь на двух участках протяженностью 450 м, эта величина составила 21 и 57 м;
- трасса в плане отличается отсутствием прямых участков и хорошо вписывается в рельеф.

Источники информации

1. Федотов, Г.А. Изыскания и проектирование автомобильных дорог / Г.А. Федотов, П.И. Поспелов. В 2 кн. Кн.1: Учебник. – М.: Высш. шк., 2009. – 646 с.
2. Бойков, В.Н. Трассирование автомобильных дорог. Аспекты компьютерной реализации / В.Н. Бойков, Б.М. Шумилов, С.Р. Люст // Автомобильные дороги. – 1995. – № 12. – С. 23-25.
3. Система проектирования IndorCAD. Проектирование автомобильных дорог: Руководство пользователя / И.В. Кривых, Д.А. Петренко, В.Н. Бойков, Н.С. Мирза, А.В. Перфильев. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2008. – 250 с.
4. Зарубин, А.П. Автоматизированные системы проектирования дорог / А.П. Зарубин // Автомобильные дороги. – 1994.– № 1.